# ダイヤル数の作り方

- 「関西ぱずる会 News | 111 号・112 号から抜粋し再編集-

### ダイヤル数とは

整数の末尾の何桁かがそのまま先頭に移動していた整数を、元の数の「ダイヤル数」(または巡回数)という。なお、狭い意味では、移動してできた整数が元の整数の整数倍になる場合に限る。

― 『数学パズル辞典【改訂版】 ((上野富美夫著,東京堂出版、2016)より

本稿では、狭義のダイヤル数を扱う。最初に簡単な例を挙げる。

1/7=0.142857 ・・であり、循環節 142857 は末尾の何桁を動かしても元の数の整数倍になる。

 $(142857 \times 1 = 142857)$ 

 $142857 \times 2 = 285714$ 

 $142857 \times 3 = 428571$ 

 $142857 \times 4 = 571428$ 

 $142857 \times 5 = 714285$ 

142857×6=857142 下線部は移動した数字を表す。ちなみに 142857×7=999999 である。

6 桁の数字で 1 桁目を先頭に移すと元の数の5倍となるのは上記のように 142857 である。

ちなみに6桁の数字で1桁目を先頭に移すと元の数の4倍となるのは次の6通りである。

102564, 128205, 153846, 179487, 205128, 230769

さて、421052631578947368 という 28 桁の数字がある。この数字は2倍すると 842105263157894736 となり、元の数字の最小桁の 8 を先頭に移動したものとなる。この数字はどうやって得られたのだろうか。

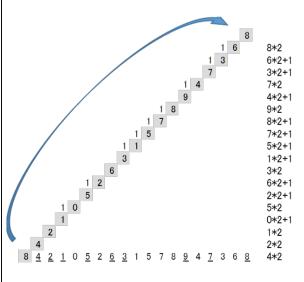


図 1

乗じる数を2、スタートする数を8とし、2×8 から始めて図1のように1段ずつ計算を行う。図の一番右は、それぞれの段の数字がどのように得られたかの式である。たとえば4段目は3段目の網掛けの3を2倍し同じく3段目の1を足して7としている。

斜めに伸びる網掛けした数字に注目して、スタートした数字が出るまでこの手順を繰り返す。7段目で8が出るが、その1桁上には1があるので、ここでは止めずさらに進め19段目で8が出たところで止める。これで元に戻った。最後に網掛けした数字を、そのまま下ろして421052631578947368が得られる。

# 関西ぱずる会 News

## 松本順一

כ	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1
1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2
1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3
2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4
2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5
3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6
3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7
4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9	4	7	3	6	8
4	7	3	6	8	4	2	1	0	5	2	6	3	1	5	7	8	9
	) 1 1 2 2 3 4	1 0 1 5 2 1 2 6 3 1 3 6	1 0 5 1 5 7 2 1 0 2 6 3 3 1 5 3 6 8	1 0 5 2 1 5 7 8 2 1 0 5 2 6 3 1 3 1 5 7 3 6 8 4 4 2 1 0	1 0 5 2 6   1 5 7 8 9   2 1 0 5 2   2 6 3 1 5   3 1 5 7 8   3 6 8 4 2   4 2 1 0 5	1 0 5 2 6 3   1 5 7 8 9 4   2 1 0 5 2 6   2 6 3 1 5 7   3 1 5 7 8 9   3 6 8 4 2 1   4 2 1 0 5 2	1 0 5 2 6 3 1   1 5 7 8 9 4 7   2 1 0 5 2 6 3   2 6 3 1 5 7 8   3 1 5 7 8 9 4   3 6 8 4 2 1 0   4 2 1 0 5 2 6	1 0 5 2 6 3 1 5   1 5 7 8 9 4 7 3   2 1 0 5 2 6 3 1   2 6 3 1 5 7 8 9   3 1 5 7 8 9 4 7   3 6 8 4 2 1 0 5   4 2 1 0 5 2 6 3	1 0 5 2 6 3 1 5 7   1 5 7 8 9 4 7 3 6   2 1 0 5 2 6 3 1 5   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1   4 2 1 0 5 2 6 3 1	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8   2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6   4 2 1 0 5 2 6 3 1 5	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4   2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6   3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2   2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8   4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1   2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9   4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0   2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5   1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7   4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2   1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6   2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6   3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2   3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9   4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3	1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8 4 2 1 0 5 2 6 3 1 5 7 8 9 4 7 3 6 8

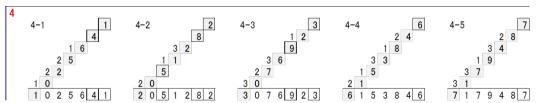
図1の19段目で得られたダイヤル数の下線を引いた1~9は1桁下の数字がいずれも4以下であり、これらの数字が1桁目にくるように循環させた9つの数字もダイヤル数となる(表1参照)。つまり、これらの数字は、いずれも2倍すると1桁目を先頭に移動させた数字になる。ただし一番目の数字は最上桁に0があるものとみなす(0526357894736842)。

ダイヤル数の繰り返しもまたダイヤル数となる。たとえば 421052631578947368 を二回繰り返す 421052631578947368421052631578947368 もまたダイヤル数である。

上記はスタートする数(以下、初期値)が8、乗じる数(以下、増分)が2だったが、他の数の場合はどうなる だろう。

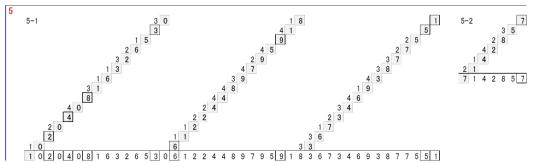
初期値(1~9)および増分(2~9)を変え同様の計算を行った。計算の過程をそのまま書くと縦に長くなる場合は折り畳み、上記の「下線を引く」の代わりに四角で囲んだ。代表的な場合を以下に示す。

### 1)5つのグループに分かれる増分4の場合



初期値 1 で始め 1 に戻った時に 4 しか囲めなかったので(4-1)、初期値 2 で再度実施(4-2)、のように四角で囲まれた 1 から 9 が全部揃うまで繰り返す。

#### 2) 初期値 7 だけが特異的な増分5の場合



初期値1、増分5だと左(5-1)のように四角で囲まれた7が出てこないまま計算終了となる。そこで改めて初期値7で実施すると右(5-2)のようにすぐ自己完結してしまう。従って初期値7では 6 桁のダイヤル数となるが、それ以外の初期値では 42 桁のダイヤル数となる。